台灣土地研究　民國一〇三年五月
第十七卷　第一期　第23頁至第35頁
Journal of Taiwan Land Research
Vol. 17, No.1 pp. 23~35

應用粒子群演算法改善傳統二次曲面擬合區域性大地起伏－以台中地區為例

甯方璽*　陳佳菱**

論文收件日期：102年2月21日
論文接受日期：102年6月5日

摘　　要

本研究結合實驗區現有已施測一等水準點正高及水準點上GPS測得之平面坐標和橢球高，以粒子群演算法改善傳統二次曲面擬合區域性大地起伏精度，研究結果顯示，採用粒子群演算法改善傳統二次曲面所建立之區域性大地起伏模型，其檢核點的均方根誤差精度可達到±1.02 cm，且不須計算任何參數。

關鍵詞： 粒子群演算法、區域性大地起伏

* 助理教授，國立政治大學地政學系
TEL:（02）29393091#50741, E-mail: fsn@nccu.edu.tw
** 測量官，軍備局生產製造中心第401廠

Applying Particle Swarm Optimization to Improve Traditional Quadratic Surface Fitting Local Geoidal Undulation Model-A Case Study in Taichung Area

Fang-Shii Ning*, Chia-Ling Chen**

Abstract

This study intends to integrate the existing 1st order leveling data, GPS coordinates and ellipsoidal height to find out the geoidal undulation model of Taichung city. The main simulation is done by adopting Particle Swarm Optimization to better fit local geoid by traditional quadratic surface. In accordance with the experiment, we propose an improved result by using the Particle Swarm Optimization and showing a computed Root Mean Square Error about ±1.02cm without imposing any parametrical restrictions.

Key words: Particle Swarm Optimization, Local Geoid

* Assistant Professor, Department of Land Economics, National Chengchi University, TEL:+886-2-29393091#50741, E-mail: fsn@nccu.edu.tw

** Surveying Officer, 401st plant, Materiel Production Center, Armaments Bureau, MND

一、前　　言

近年來全球衛星導航定位系統（Global Navigation Satellite System, GNSS）已快速發展且日趨成熟，如何利用GNSS所得之橢球高快速轉換獲得正高，為目前學者研究的課題之一，然大地起伏之精確求定為其重點，傳統大地起伏值之求定需實施重力測量，再配合全球重力模式、近海船測重力、衛星測高資料、空載重力及數值高程模式聯合計算求定，如此需要多種資料進行演算推求，耗費時間及經費。因此，本研究使用水準點位正高及橢球高求取大地起伏，即幾何法大地起伏（黃金維等，1998），再利用實驗區內已知點大地起伏及二次曲面配合最優化的技術粒子群演算法（Particle Swarm Optimization, PSO）快速求定全區之大地起伏；以往地政機關對於相關測量資料之建置礙於儀器及作業方法的限制僅利用平面坐標而忽略了高程，而目前作業多應用GNSS定位系統進行測量，以獲取三維坐標資料，且三維可視化資料之建立為目前地籍測量及相關土地研究之趨勢，因此大地起伏值精密的快速獲取就成為極其重要的一環。

應用自然界最優化技術來解決複雜的最佳化問題已被廣泛地在科學和工程學科方面，然在測量工程應用上大部分為大地起伏模型之推求，相關研究有「利用神經網路建立台灣區大地起伏模式之研究（林老生，2005）」、「應用不同方法推求區域性大地起伏值之研究—以台中市為例（王文安，2005）」、「不同模式多面函數法改進推求區域性大地起伏值方法之研究—以台中市為例（鍾智偉，2008）」及「以最小二乘支持向量機擬合區域性大地起伏值之研究－以台中地區為例（沈昱廷，2011）」等。上述相關研究之研究方法多以人工智慧方法進行擬合，可分為最小二乘配置法、類神經網路、二次曲面擬合、BP神經網路、多曲面函數法及支持向量機等。

粒子群演算法（Particle Swarm Optimization, PSO）為人工智慧當中較為簡單的演算法之一，具「較少的參數設定」、「收斂速度快」、「擁有記憶性」、「廣域搜尋和區域搜尋」及「適用於動態環境的能力」等特色，相較於其他人工智慧演算法，其概念淺顯易懂，程式開發的過程較容易，且收斂求解的速度快（李維平，2007）。本研究利用粒子群演算法之優點來改善二次曲面參數求解速度，並期能快速有效地獲得更高精度的模型。

二、粒子群演算法

粒子群演算法是由Eberhart and Kennedy於1995年所提出的，概念是來自群體的行為理論，觀察鳥、蟻類群體覓食的行為，延伸出社會中群體與個體之間合作與互動的關係，能透過個體間特別的訊息傳遞方式，使整個團體朝向同一方向、目標而去，是模仿生物行為反應來尋求群體最大利益的方法，而演算法的概念就是建立在群體的行為模式，可運用於優化問題上。地球為一不規則形體要進行量測是非常不容易的，因此科學家以最相似的橢球來代表地球以進行量測，因此產生了數學的地球（可以進行量測）和物理的地球（真實的地球）之間產生差異，這個差異即大地起伏，然而大地起伏的推求受到相當多的自然界因素影響，所以本研究希望利用粒子群演算法的特性，在處理參數設定時，能夠快速修正錯誤的認知，且往正確的方向做出決策，在參數判斷分析上能減少及縮小問題的模糊範圍，進而提高分析的效率，期能解算出最佳之大地起伏值。

在粒子群演算法求解空間中，每一個粒子都是求解問題的候選解，經由最佳化函數的設定，決定了候選解的適應值（Fitness value），適應值會影響粒子演化的變遷，並且帶領整個群體邁向更佳的演進，而每個粒子除了會根據自我經驗（pbest）外，也會參考群體中最佳經驗（gbest）經驗來決定他們搜尋方向與距離，經過個體間經驗交流的分享，最後逐漸靠近目標解（Target）（尹邦嚴，2008）。以平面為例說明（如圖1），T為目標，A～E為搜尋粒子，初始粒子群分散於各處。此時群體最佳的粒子是離目標T最近的粒子D，稱之為gbest。假設粒子經過三次移動之後，此時群體最佳的粒子則為E4。粒子群亦分別記錄自身搜尋的最佳紀錄，稱之為pbest，粒子A停駐位置為A4，即為自身最佳搜尋紀錄（如圖2）。

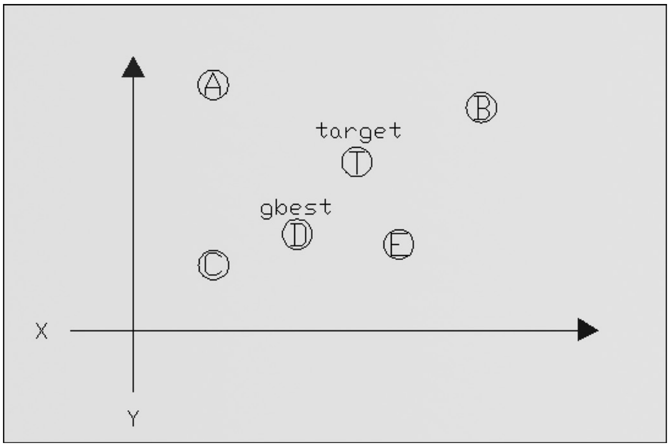

圖1　平面粒子散佈圖（粒子起始）（尹邦嚴，2008）

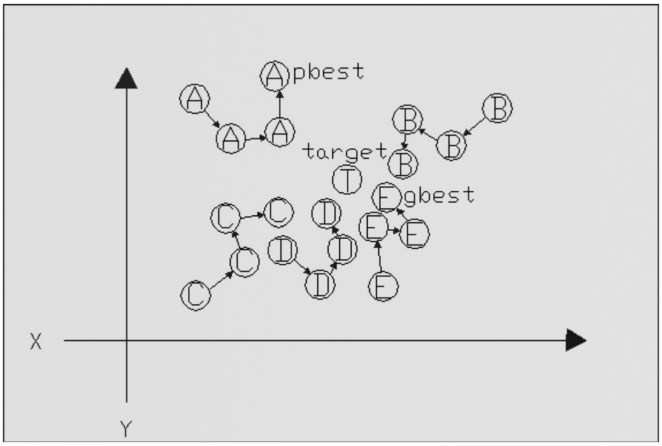

圖2　經三次位移後之路徑圖（尹邦嚴，2008）

為求PSO演算法更精進，Shi and Eberhart（1998a）提出慣性權重（w），主要目的是藉由慣性權重（w），漸進的調整粒子速度，以增加搜尋不同區域的機率，避免粒子因快速收斂而陷入局部最佳解。演算公式如下所示：

$V_{id} = w \times V_{id}(t-1) + C_1 \times Rand() \times (P_{id} - x_{id}) + C_2 \times Rand() \times (P_{gd} - x_{id})$ （1）

$x_{id}(t) = x_{id}(t-1) + V_{id}(t)$ .... （2）

其中

$V_{id}(t-1)$：每一Particle在第d維度之原始速度

$V_{id}(t)$：每一Particle在第d維度之新速度

i：Particle之編號

d：維度

w：慣性權重（Inertial Weight）：參考Shi and Eberhart（1998b）提出的慣性權重漸進觀念，本研究設定為0.9至0.4逐漸線性遞減。

C_1、C_2：學習常數：影響粒子過去最佳經驗與群體最佳經驗的加速常數C_1和C_2，又稱為學習常數，參考Eberhart and Kennedy（1995）學習因子C_1和C_2被設定為相同值時，意味著粒子在自我搜尋時具有同樣的比重，最佳設定值為1.49445，故本研究設定C_1和C_2為相同值（1.49445）。

Rand（ ）：介於0至1的亂數

P_{id}：每一Particle到目前為止，所出現的最佳位置

P_{gd}：所有Particle到目前為止，所出現的最佳位置

x_{id}（t-1）：每一Particle原本位置，亦即原始的大地起伏值。

x_{id}（t）：每一Particle之新位置，較佳之大地起伏值。

在每一次迭代當中，粒子x_{id}會根據自己過去曾瀏覽過的最佳向量值P_{id}以及整個群體曾經瀏覽過的最佳向量值G_{id}，來計算粒子的位移向量V_{id}，再將粒子向量加上此位移向量作為下一次迭代的粒子向量值（圖3），通常依照每一個「參數維度d」分別進行。

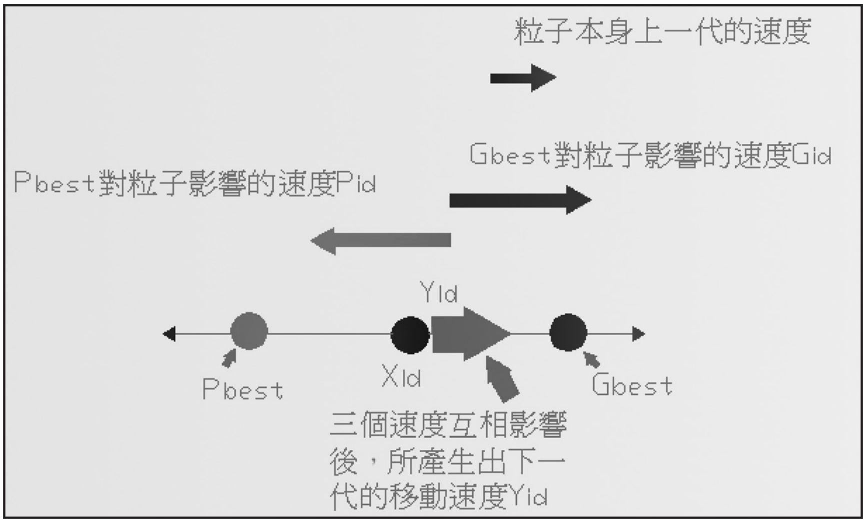

圖3　速度更新示意圖（李維平等，2008）

粒子在d個維度中的速度需受到最大速度的限制，影響粒子在目前位置與目標之間的搜尋能力，如果設定太大可能使粒子飛出具有良好解答的區域，反之，可能使粒子陷入局部最佳解的狀況。較大的Vmax可增加粒子的全域搜尋能力，而較小的Vmax可輔助粒子的局部搜尋能力。在每一個維度上，粒子都被限制在最大速度內，如果在某一維度更新後的速度超過使用者設定的，則該粒子在此維度的速度就被設定成Vmax，如式（3）及（4），其中式（3）及式（4）的Vmax相同，差別在於移動的方向相反。

如果$V_{id} > Vmax$，則$V_{id} = Vmax$ ....（3）

又如果$V_{id} < -Vmax$，則$V_{id} = -Vmax$ ....（4）

三、研究方法與步驟

本研究之實驗區（如圖4）為合併前的台中市，利用GPS測量獲得各點位之平面坐標及橢球高，正高資料則採用「九十二年度台中市政府公共管線資料庫系統建置案」之一等二級水準測量成果。

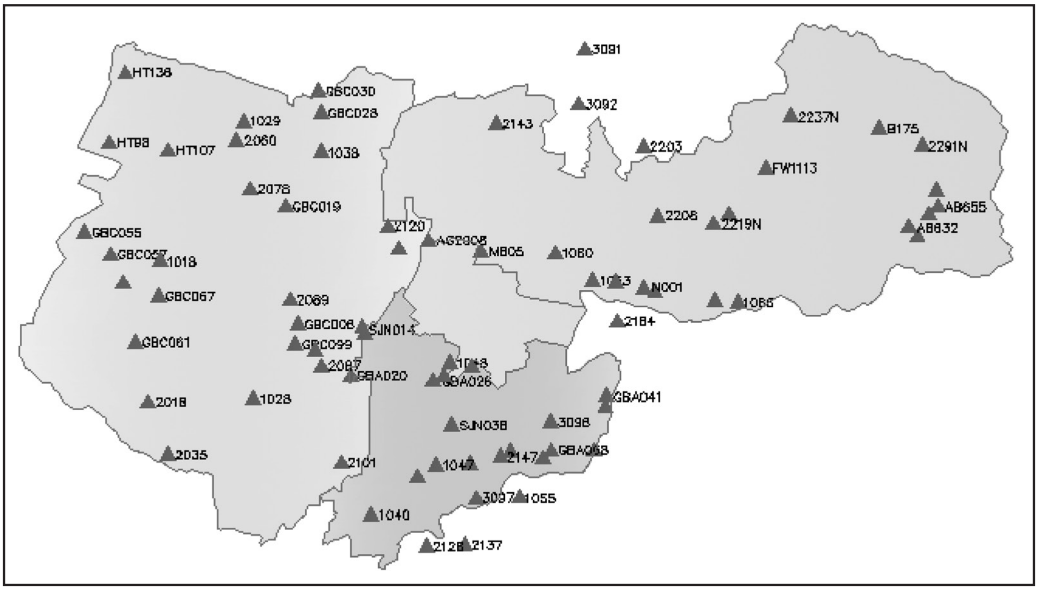

圖4　實驗區與測試點位分布圖

GPS點經由直接水準測量獲得其正高，使得這些點同時具有橢球高及正高，從而建立區域性大地起伏之數學模型，並利用這些點進行擬合，再以擬合好的數學模型求得其他未知GPS點的大地起伏值和正高；而未知點正高精度，完全取決於區域性大地起伏模式的精度。

本研究利用二次曲面擬合原理（胡伍生等，2002）如式5，結合粒子群演算法來快速求解二次曲面法中參數，以擬合出區域性大地起伏，再由此計算出各點之正高。

$$\zeta_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 y_i^2 + a_5 x_i y_i \quad (5)$$

式中：x_i, y_i為點位之坐標

ζ_i為相應點的大地起伏值

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$為待定參數

將每個點位坐標（x, y）視為粒子群演算法中的一個粒子，而大地起伏曲面是由n+1組自變量（x_1, y_1），（x_2, y_2）⋯，（x_{n+1}, y_{n+1}）所組成，每組自變量對應二次曲面上的值，利用PSO將各二次多項式函數的待定參數進行位置更新，惟點位坐標不變，經由計算RMSE大小來評估適應函數優劣，比較團體最優解與個體過去最優解來決定下個迭代gbest及pbest值，再將大地起伏的二次多項式函數係參數進行更新，經過迭代的不斷循環，最後得到優化後的最小均方根誤差及大地起伏模型。

PSO進行最佳二次曲面參數搜尋求得最佳化之大地起伏模型之步驟如下：

（一）演算代數gen_no=1，由程式讀入點位坐標，擬合出大地起伏之二次多項式函數，每個函數各有6個參數。

（二）將所有大地起伏之二次多項式函數演算適應函數RMSE。

（三）經由適應函數的比較，決定下個迭代PSO值。

（四）更新方程式係數。

（五）gen_no = gen_no+1。

（六）產生新的二次多項式函數及適應函數值RMSE。

（七）重複（三）～（六）步驟。

（八）演算代數（迭代次數）gen_no=500（經測試後，得最佳迭代次數為500次，因迭代次數過少無法求得最佳解，迭代次數過多則答案無法收斂），得到最佳解RMSE及大地起伏模型。

四、成果與分析

為驗證本研究所提出之粒子群演算法改善二次曲面擬合之精度，乃與BP神經網路法及多面函數法進行比較，使用相同實驗區資料且挑選相同之擬合點，未參與模型訓練之點位為檢核點，計算其均方根誤差並進行分析比較。為判斷所計算結果及模式是否合理，再依據統計理論，變異數分析的之F統計，以檢定模式間是否顯著，其測試假設如下[Mikhail & Ackermam, 1976]：

樣本變異數為S_1^2和S_2^2，其自由度分別為$m_1=n_1-1$和$m_2=n_2-1$，測試中所用的隨機變量為：

$$F_{m_1,m_2}=\frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (7)$$

零假說（Null Hypothesis）　　H_0: $S_1^2=S_2^2$

變通假說（Alternative Hypothesis）　　H_1: $S_1^2\neq S_2^2$

當$F_{m_1m_2}>F_{\alpha,m_1,m_2}$則拒絕$H_0$，反之則接受$H_0$。$\alpha$為顯著水準，本研究設為5%。

（一）與BP神經網路法（採用層數為3層）比較

其擬合點數為43點，檢核點數分別為35點，實驗總點數皆為78點（王文安，2005），如圖5所示。粒子群演算法運用同樣的擬合點進行擬合，再以同樣的檢核點與BP神經網路所獲得的成果進行比較，成果比較如表1所示。

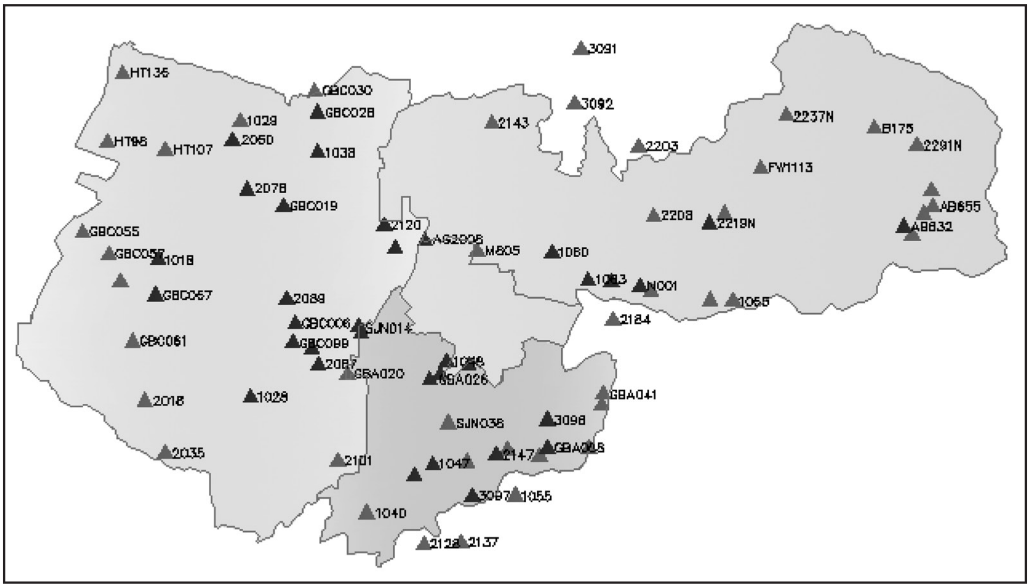

圖5　BP神經網路法之點位分布圖

表1　BP神經網路法與粒子群演算法檢核點成果統計表（cm）

方法	BP神經網路	粒子群演算法
Δ*N*最大值	3.597	3.652
Δ*N*最小值	-0.003	0.080
平均值	1.574	1.756
檢核點RMSE	±1.889	±1.877

由表1成果顯示與已知之大地起伏比較後（Δ*N*）粒子群演算法之RMSE值為±1.877cm，BP神經網路RMSE值為±1.889cm，之為瞭解兩模式間之精度差異，採用統計測試方式將粒子群演算法與BP神經網路進行精度比較，統計測試如下：

粒子群演算法之檢核點RMSE為S1，則$S1^2$=0.035264253 m^2；BP神經網路RMSE為S2，則$S2^2$=0.037849703m^2，F= $S1^2$/ $S2^2$=0.93169166，查表得$F_{0.05，34，34}$=1.76> F，故H0: $S1^2$= $S2^2$成立。因此，粒子群演算法與BP神經網路方法兩者精度無顯著差異。

（二）與多面函數法比較

其擬合點數為40點，檢核點數分別為38點，實驗總點數皆為78點（鍾智偉，2008），如圖6所示。粒子群演算法運用同樣的擬合點進行擬合，再以同樣的檢核點與與多面函數法所獲得的成果進行比較，成果比較如表2所示。

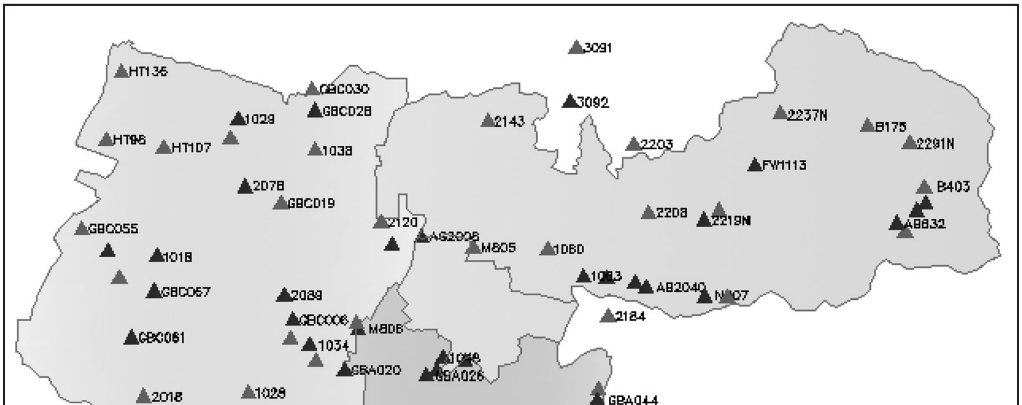

圖6　多面函數法之點位分布圖

表2　多面函數法與粒子群演算法檢核點成果統計表（cm）

方法	多面函數法（距離平方）	粒子群演算法
ΔN最大值	5.271	4.707
ΔN最小值	0.310	0.110
平均值	2.194	2.175
檢核點RMSE	±2.621	±2.591

由表2成果顯示多面函數法及粒子群演算法其RMSE值分別為±2.621cm及±2.591cm，採用統計測試方式將粒子群演算法與多面函數法比較，統計測試如下：

粒子群演算法之檢核點RMSE為S1，則$S1^2=0.067153344m^2$，$m_1=n_1=37$；多面函數法檢核點之RMSE為S2，則$S2^2=0.06869641m^2$，$m_2=n_2=37$，$F= S1^2/S2^2=0.9775379$，查表得$F_{0.05,37,37}=1.71>F$，故H_0: $S1^2= S2^2$ 成立。因此，粒子群演算法與多面函數法兩者精度無顯著差異。

（三）與傳統二次曲面法比較

由上述兩種方法檢驗粒子群演算法之結果顯示其精度為同等，現以二次區面法與粒子群演算法進行比較，以52點進行實驗區全區的擬合測試。本研究實驗區擬合點與檢核點之分佈圖如圖7，擬合結果如表3所示。

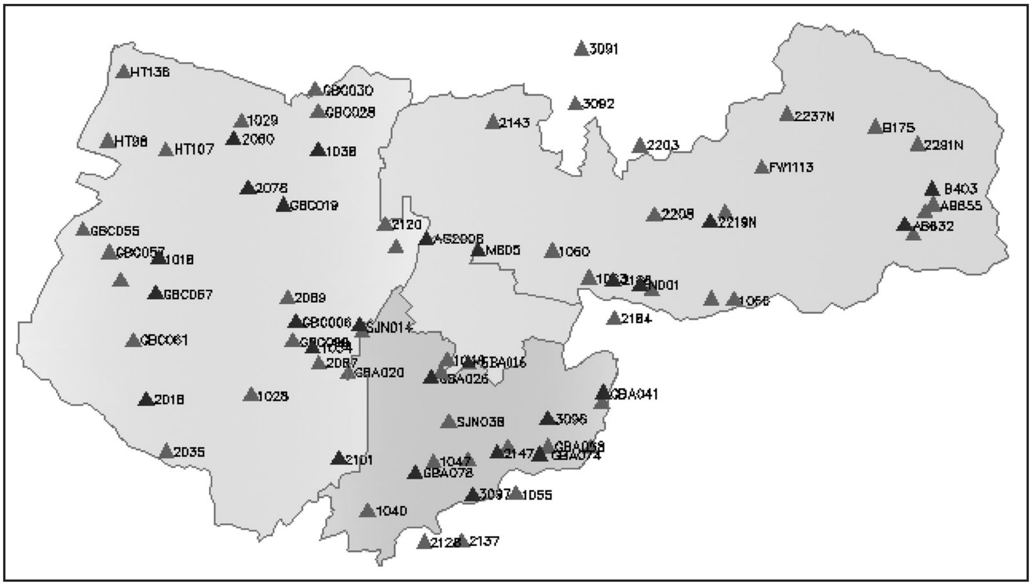

圖7　實驗區擬合點與檢核點之分佈圖

表3　粒子群演算法與二次曲面法檢核點成果統計表（cm）

全區26點	粒子群演算法	二次曲面
ΔN最大值	2.956	6.363
ΔN最小值	0.005	-0.004
平均值	1.156	1.848
檢核點RMSE	±1.021	±2.746

由表3所示，粒子群演算法擬合之大地起伏值與其已知實測大地起伏值較差之平均值為1.156公分，均方根誤差為±1.021公分，最大較差值2.956公分，最小較差值0.005公分；二次曲面法推估之大地起伏值與已知實測大地起伏較差之平均值為1.848公分，均方根誤差±2.746公分，最大較差值6.363公分，最小較差值-0.004公分，由此可見粒子群演算法無論是計算速度或是成果精度均優於二次曲面法。

五、結　論

由於台灣地形特殊，若要全面實施重力測量以求定大地起伏耗時耗力，若能以現有之控制點資料配合不同的演算法推求出相當精度的模式，不失是一種省時省力的方式。茲將本研究所得知幾點結論分述如下：

（一）由本研究之方法進行全區擬合計算，其檢核點RMSE為±1.021cm，若以台中市公共管線資料庫系統建置案精度要求標準5 cm（台中市政府，2003），符合精度要求。

（二）本研究之目的主要在於利用粒子群演算法來改善二次曲面法，並利用其他人工智慧方法來驗證所提出之方法之精度是否能達到要求，結果是無顯著性差異，因此驗證以粒子群演算法改善二次曲面法可以達到一定的精度且提升計算之速度及降低計算之複雜度。

（三）本研究先利用台中地區進行研究，未來可以一區結合一區的方式逐步擴大區域性大地起伏模型，並探討交接處之重疊點位的選擇及點數影響，而使擬合之大地起伏模型更加接近真實。

參考文獻

王文安，2005，應用不同方法推求區域性大地起伏值之研究—以台中市為例，國立中興大學土木工程學系碩士論文。

台中市政府，2003，台中市九十二年度台中市政府公共管線資料庫一報告書。

林老生，2005，利用神經網路建立台灣區大地起伏模式之研究，中國測量工程學會論文研討會論文集，第 1-12 頁。

尹邦嚴、蔣雅慈、侯宏彬，2008，利用擴散式粒子群最佳化進行多目標護士排程，第十四屆資訊管理暨實務研討會（IMP），東吳大學。

李維平、黃郁授、戴彰廷，2007，自適應慣性權重改良粒子群演算法之研究，資訊科學應用期刊，Vol. 4，No. 1，p. 123-142。

胡伍生、高成發，2002，GPS 測量原理及其應用，人民交通出版社。

黃金維、郭重言、儲慶美、甯方璽，1998，《台灣重力網平差及重力資料整合》，測量工程，第 40 卷，第 3 期，中國測量工程學會，71-82。

鍾智偉，2008，不同模式多面函數法改進推求區域性大地起伏值方法之研究—以台中市為例，國立中興大學土木工程學系碩士論文。

Eberhart, R. C. and J. Kennedy, 1995, Particle Swarm Optimization, Proc. IEEE Conf. Networks IV, Vol. 4, pp. 1942-1948.

Mikhail, E. M. and F. Ackerman, 1976, Observations and Least Squares, Crowell Co. Inc.

Shi, Y. and R. C. Eberhart, 1998a, A Modified Particle Swarm Optimizer, In: Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Alaska, USA. pp. 69-73.

Shi, Y. and R. C. Eberhart, 1998b, “Parameter Selection in Particle Swarm Optimization,” In: Proceedings of the 7th Annual Conference on Evolutionary Programming VII: Proc.EP 98, pp. 591-600.