

## 利用全球電離層網格縮短GPS 精密單點定位之收斂時間

儲豐宥\* 楊 名\*\* 李皇緣\*\*\*

論文收件日期：111年03月25日

論文修稿日期：111年10月09日

論文接受日期：111年10月18日

### 摘 要

精密單點定位 (Precise Point Positioning, PPP) 是衛星定位的最新技術，其優點在於無須使用主站即可獲得定義在國際地球參考框架下的高精度定位成果，因此逐漸成為地籍測量、工程及科學應用常用的技術。由於所有的衛星定位接收儀都支援GPS星系，使用GPS觀測量進行PPP定位 (GPS PPP) 是最被廣泛接受的技術。然而GPS PPP需要較長的收斂時間才能達到較高的定位精度，目前縮短收斂時間的方法之一是將全球電離層網格 (Global Ionosphere Map, GIM) 資訊與PPP計算模型相結合。星間一次差分 (Between-Satellite Single-Differenced, BSSD) 是一種廣泛使用的PPP計算模型，其優勢在於可以透過星間一次差分技術消除觀測量上之接收儀差分電碼偏差及接收儀鐘差影響。但在將BSSD模型與GIM結合時必須也要對GIM資訊進行一次差分處理，這會造成GIM的雜訊因誤差傳播而被放大。國際間尚未有文獻完整探討GIM資訊誤差放大之後對於GPS PPP收斂時間的影響，因此本研究嘗試結合GIM與BSSD 模型，探討縮短GPS PPP收斂時間的可行性。於實驗分析中，我們分別使用了國際GNSS服務組織 (IGS) 產製的經驗 (empirical) 法GIM以及國立成功大學太空天氣研究室產製的物理 (physical) 法GIM。成果顯示，當設定GIM資訊的一次差分先驗精度為 $\pm 2$  m時，BSSD模型結合上述兩種GIM均可有效縮短GPS PPP的收斂時間。另外，根據地籍測量實施規則對於戶地測量的精度規範，當應用PPP於農地等級數值法戶地測量時，引入GIM資訊將可有效提升其作業效率。

關鍵詞：收斂時間、全球電離層網格、精密單點定位

\* 助理教授，國立政治大學地政學系，TEL：(02)29393091#51647，E-mail：fychu@nccu.edu.tw。

\*\* 教授，國立成功大學測量及空間資訊學系，通訊作者，TEL：(06)2757575#63820，  
E-mail：myang@mail.ncku.edu.tw。

\*\*\* 碩士，國立成功大學測量及空間資訊學系。

# Shortening the Convergence Time of GPS Precise Point Positioning with Global Ionosphere Maps

Feng-Yu Chu\*, Ming Yang\*\*, Huang-Yuan Lee\*\*\*

## ABSTRACT

Precise point positioning (PPP) technique can use single receiver to compute centimeter-level positioning results under the international terrestrial reference frame (ITRF). Nowadays, the PPP technique has been one of the commonly used technologies for cadastral survey, engineering and scientific applications. Since GPS constellation is supported by all receivers, all users can use GPS measurements to achieve PPP (GPS PPP); however, the positioning results of GPS PPP requires a long convergence time, decreasing the practice efficiency. Combining the information of a global ionosphere map (GIM) with the PPP model has been one effective way to reduce the convergence time. Between-satellite single-differenced (BSSD) model is a popular PPP model at present because it can eliminate the receiver clock error and receiver differential code biases through the BSSD technique. However, when combining the BSSD model with the GIM information, the errors of the GIM information will also be amplified according to the theorem of error propagation. Until today, no studies have been conducted to evaluate the impact of amplified errors on the convergence time of GPS PPP. Therefore, this study attempts to combine the BSSD model with the GIM information and evaluates the feasibility about decreasing the convergence time of GPS PPP. In the analysis, we adopted the IGS (empirical) GIM and a National Cheng Kung University (NCKU) physical GIM. The experimental results show that the convergence time of GPS PPP can be reduced for both of the two GIM when the a priori sigma of the BSSD ionospheric delays is given with  $\pm 2$  m. Moreover, according to the regulation of cadastral survey in Taiwan, when the PPP technique is applied in agricultural regions, introducing the GIM information can effectively improve its efficiency.

**Key words:** Convergence Time, Global Ionosphere Map, Precise Point Positioning

---

\* Assistant professor, Department of Lands, National Chengchi University, TEL: +886-2-29393091#51647, E-mail: fychu@nccu.edu.tw.

\*\* Professor, Department of Geomatics, National Cheng Kung University, Corresponding author, TEL: +886-6-2757575#63820, E-mail: myang@mail.ncku.edu.tw.

\*\*\* Master, Department of Geomatics, National Cheng Kung University.

## 一、前 言

全球導航衛星系統（Global Navigation Satellite Systems, GNSS）包含各國發展的導航衛星系統，主要有美國的GPS，歐盟的Galileo，俄羅斯的GLONASS，以及中國的北斗（BeiDou navigation System, BDS）衛星系統。精密單點定位（Precise Point Positioning, PPP）是一種新興的衛星定位技術，它無須使用額外架設的地面主站，並可以直接獲得定義在國際地球參考框架（International Terrestrial Reference Frame, ITRF）下的公分級坐標。在地籍測量的應用上，PPP是非常具有潛力的定位技術（林老生，2009）。原因在於山區辦理地籍測量作業時，易受到地形以及網路通訊不佳等因素，導致圖根點數量不敷使用或測量不易，在這種情況下，PPP可以成為測量圖根點與界址點的有效方法（黃文台，2019）。

PPP的計算模型採用雙頻（或以上）觀測量，目前有三種計算模型被普遍採用。第一種模型利用無電離層（Ionosphere Free）線性組合觀測量，在此稱為IF模型，無電離層線性組合的優點是可以消除觀測量的電離層延遲影響且降低模型中參數的數目（Ge et al., 2008）。第二種模型使用衛星間一次差分（Between-Satellite Single-Differenced, BSSD）技術，在此稱作BSSD模型，它能夠消除觀測量中的接收儀差分電碼偏差（Differential Code Bias, DCB）以及接收儀鐘差的影響（Khodabandeh and Teunissen, 2015）。第三種模型則是不對觀測量進行任何線性組合，在此稱作Uncombined PPP（UPPP）模型，這種模型雖能獲得數目最多的觀測量，但是與上述兩種模型相比，UPPP必須估計最多的系統誤差參數（Li et al., 2019）。

GPS PPP代表只使用GPS單星系進行PPP定位，由於所有的接收儀都支援GPS星系，因此GPS PPP是任何使用者都可以進行的定位方式。然而GPS PPP需要較長的時間才能完成收斂，如Lou et al.（2016）曾指出GPS PPP在動態模式下需要47分鐘方可在68%的信心水準下獲得公分級的定位精度。為了降低GPS PPP的收斂時間，研究指出有下列三種方式。第一種方法，在接收儀支援多星系的前提下，可將GPS與其它星系結合，例如Cai and Gao（2013）分析了雙星系GPS/GLONASS PPP，發現無論在靜態或動態定位模式下，都可以有效降低收斂時間。Liu et al.（2017）於動態模式下分析了四星系GPS/GLONASS/Galileo/BDS PPP，發現可以比GPS PPP節省一半的收斂時間達到15公分的定位精度。第二種方法是利用IGS提供的衛星相位偏差產品來回復PPP模型中週波未定值的整數特性，進而完成PPP的週波值求解（Ambiguity Resolution, AR）。成功的AR可以有效縮短PPP的收斂時

間。國際上有許多組織有各自的計算模型產生衛星相位偏差，例如加拿大NRC組織採用的Decouple Clock (DC) model (Collins, 2008)；法國CNES組織的Integer Recovery Clock (IRC) model (Laurichesse et al., 2010)；德國的GFZ、中國的武漢大學、日本的MADOCA組織採用的Fractional Cycle Bias (FCB) model (Ge et al., 2008)。以上三種模型其實在方法上是等價的並可以利用簡單的轉換公式互相轉換 (Seepersad and Bisnath, 2017)。第三種方法則是利用額外的大氣層先驗資訊，如Shi et al. (2014) 曾使用區域對流層資訊增強了PPP定位效能，研究成果指出在20分鐘後，垂直方向的定位精度可由原本的21.5公分提升至10.1公分。而除了使用對流層資訊外，也能夠使用由國際GNSS服務組織 (International GNSS Service, IGS) 提供的全球電離層網格 (Global Ionosphere Map, GIM) 資訊 (Schear, 1998) 來縮短PPP的收斂時間。

在三種PPP計算模型中，IF模型因為已採用了無電離層組合而無需使用GIM資訊；BSSD模型必須要將GIM資訊經過一次差分的處理；UPPP模型則是已經廣泛使用於結合GIM。有關結合UPPP模型與GIM的相關研究如下，Banville et al. (2014) 使用IGS產製的GIM及衛星相位偏差改正值，發現GPS PPP可在5分鐘後、68%的信心水準下獲得公分級的定位精度。Luo et al. (2016) 指出使用IGS GIM可明顯縮短GPS PPP達到公分級精度所需的收斂時間。Tu et al. (2013)、Xiang et al. (2020) 同樣引入IGS GIM於UPPP模型中來縮短收斂時間，但是Xiang et al. (2020) 指出不同的接收儀DCB估算方式也是一個影響收斂時間的因素。

除了IGS產製的、由GNSS觀測數據反演的經驗法 (empirical) GIM之外，國際上還有一種考慮電離層物理行為的GIM產品，這類物理 (physical) GIM的優點為可藉由輸入預報的太陽輻射指數以及高緯度的地磁指數，來獲得預報的電離層資訊 (Chen et al., 2016)。然而物理GIM目前大多應用於太空天氣預報，尚未應用於衛星定位上。

儘管所有的GNSS接收儀都支援GPS星系，但是GPS PPP需要較長的收斂時間方能達到較佳的定位精度，因此如何使用GIM來有效縮短GPS PPP收斂時間是一個重要的研究課題。雖然UPPP模型已被廣泛使用於結合GIM，但是在接收儀DCB的處理上依然有其限制。與UPPP模型相比，BSSD模型的優勢在於可藉由一次差分來消除接收儀DCB，也就是可以完全排除DCB的影響，但缺點在於GIM資訊需要經過一次差分處理，因此GIM的雜訊將會透過誤差傳播而放大。

目前尚未有文獻完整探討結合BSSD模型與GIM資訊對於GPS PPP效能的影響，因此本研究將探討結合兩者對於縮短GPS PPP收斂時間的成效。同時，本研究

也將比較IGS產製的經驗法GIM以及由國立成功大學太空天氣研究室產製的物理法GIM在GPS PPP定位效能上的差異。

## 二、全球電離層網格

### (一) IGS GIM

IGS的連續追蹤站 (Continuously Operating Reference Station, CORS) 遍佈全球且長時間接收資料，提供了極大的空間及時間上的覆蓋範圍，如圖1。IGS資料分析中心之一的歐洲定軌中心 (Center for Orbit Determination in Europe, CODE) 使用了IGS連續追蹤站的GNSS觀測數據，以一個15階的球諧函數來產製GIM。IGS GIM以網格方式呈現並以一個小時的間隔上傳網站，網格的空間解析度分別為經度5度、緯度2.5度，內容為電離層垂直總電子含量 (Vertical Total Electron Content, VTEC)。

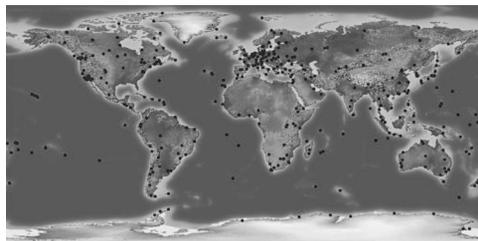


圖1 IGS CORS分佈圖

資料來源：IGS網站：<https://www.igs.org/station-resources/>，  
瀏覽日期2021年6月15日。

### (二) 成功大學 GIM (National Cheng Kung University GIM, NCKU GIM)

NCKU GIM的建立係基於美國的國家大氣研究中心所提出之熱氣層與電離層耦合環流模式 (Thermosphere Ionosphere Electrodynamics General Circulation Model, TIE-GCM)。TIE-GCM物理模式可產生預報之電離層資訊，構成資訊包含了太陽極紫外線輻射強度 (Solar EUV)、高緯度地磁指數 (Kp)、以及Heelis和Weimer模型提供之全球電子濃度、電子溫度、電漿擴散速度、全電子含量、中性氣體溫度和中性風、熱層溫度、恆壓面高度、大氣中主要成分及次要成分的密度等 (Roble et al., 1988; Richmond et al., 1992)。此GIM的空間解析度是經度2.5度、緯度2.5度；時間解析度是每半小時更新一筆。

成功大學地科系太空天氣研究室使用TIE-GCM物理模式，產生全球之三維電子濃度分布，模式的參數設定如下：參數化每日的太陽輻射F10.7指數作為太陽極紫外線輻射強度（Solar EUV）的輸入、高緯度地區的電離層電場由Heelis模型進行參數化、中低緯度的電離層電場由Richmond模型進行參數化、模型最低高度離地表面97公里處，最高離地表面500至800公里處，隨著太陽活動的不同而有變化（Chen et al., 2016）。由於TIE-GCM物理模式沒有明確的起始數值或是真實數據的約制，因此成功大學將TIE-GCM模式所得之全球三維電子濃度分布值分別結合IGS提供之TEC數據、以及福爾摩沙衛星三號與七號之掩星觀測資料。

### （三）GIM 的使用

IGS GIM及NCKU GIM相同地將整個電離層（距離地表60至2,000公里之大氣層）簡化為單一薄球殼（Single Layer），並將電離層的VTEC值投影至此薄球殼上，如圖2所示：

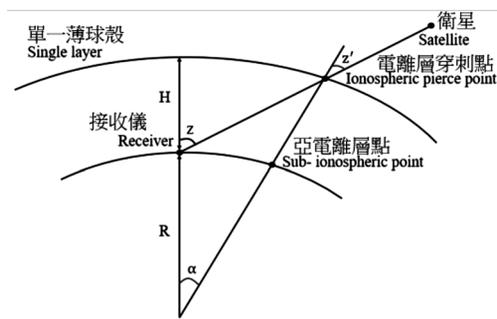


圖2 電離層單一薄球殼之幾何示意圖（Seeber, 2003）

其中衛星發射訊號至接收儀的路徑上，與此薄球殼的交點稱作穿刺點（Ionospheric Pierce Point, IPP），而穿刺點至地心連線與地表面的交點稱作亞電離層點（Sub-Ionospheric Point）。 $z$ 為接收儀至衛星之天頂距， $z'$ 為IPP至衛星之天頂距， $R$ 為地球半徑， $H$ 為薄球殼高度， $\alpha$ 為IPP和接收儀之地心夾角。網格中，某IPP上之VTEC數值的計算需利用雙線性內差，之後衛星訊號在傳播路徑上的TEC數值（Slant TEC, STEC），可使用映射函數（ $1/\cos z'$ ）與VTEC彼此轉換，兩者之關係如公式（1）所示（Seeber, 2003）。

$$\begin{aligned} \text{STEC} &= \text{VTEC} \cdot \frac{1}{\cos z'} \\ &= \text{VTEC} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{R \sin z}{R+H} \right)^2 \right]^{-0.5} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

### 三、PPP模型

本節首先介紹GPS觀測量，接下來介紹兩種PPP計算模型，第一種是基本的BSSD模型，第二種是加入先驗電離層資訊（Ionosphere-Constrained, IC）的IC BSSD模型。

#### （一）GPS 觀測量

衛星訊號很容易受到儀器設備的不完美以及觀測環境的影響而造成了許多系統誤差於訊號上，因此，我們可以把衛星的電碼以及相位觀測量的觀測方程式如下表示（Teunissen and Montenbruck, 2017）：

$$P_{r,j}^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + c(d_{r,j} + d_j^s) + T_r^s + \mu_j \times I_{r,L1}^s + e_{r,j}^s \dots\dots\dots (2)$$

$$\phi_{r,j}^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + c \times \delta_{r,j} + T_r^s - \mu_j \times I_{r,L1}^s + \lambda_j \times \tilde{N}_{r,j}^s + e_{r,j}^s \dots\dots\dots (3)$$

其中P代表電碼觀測量、 $\phi$ 代表相位觀測量、j代表頻率的索引碼（包含GPS L1以及L2）、r代表接收儀、s代表某一顆衛星、 $\rho$ 代表衛星到接收儀之間的距離、 $dt_r$ 為接收儀時鐘誤差、 $dt^s$ 為衛星時鐘誤差、T為觀測量上之對流層延遲量、I為觀測頻率L1上之電離層延遲量（也可以表示為 $40.3 \times \text{STEC}/f_{L1}^2$ ）、 $\mu_j = (f_{L1}/f_j)^2$ 為電離層係數、 $d_r$ 接收儀電碼硬體偏差、 $d^s$ 代表衛星電碼硬體偏差、e代表電碼觀測雜訊加入多路徑影響、 $\epsilon$ 為相位觀測雜訊加入多路徑影響。 $\tilde{N}_{r,j}^s$ 為相位整數週波值與衛星相位硬體偏差 $\delta_j^s$ 之總和，這裡稱作常數偏移，表示如下，

$$\tilde{N}_{r,j}^s = \left( N_{r,j}^s + \frac{\delta_j^s}{\lambda_j} \right) \dots\dots\dots (4)$$

其餘的系統誤差，包含天線盤相位中心偏移、Sagnac效應、相對論效應，相位纏繞效應以及衛星姿態變化（Yaw-attitude model）都已經利用經驗數學公式移除，相關改正方法可參閱Teunissen and Montenbruck（2017）。

(二) BSSD 模型

BSSD觀測量利用一台接收儀，在同一時刻下收集並計算兩顆不同衛星觀測量之差值，利用此方式可以消去接收儀有關的系統誤差。假設在t時刻接收儀同時接收到衛星s1以及衛星s2的訊號，將衛星s1設為主衛星，另一顆衛星s2設為次衛星。BSSD的觀測方程式如下表示，

$$P_{rj}^{s1s2} = \rho_r^{s1s2} + c \times dt^{s1s2} + c \times d_j^{s1s2} + T_r^{s1s2} + \mu_j \times I_{r,L1}^{s1s2} + e_{rj}^{s1s2} \dots\dots\dots (5)$$

$$\phi_{rj}^{s1s2} = \rho_r^{s1s2} + c \times dt^{s1s2} + T_r^{s1s2} - \mu_j \times I_{r,L1}^{s1s2} + \lambda_j \times \tilde{N}_{rj}^{s1s2} + e_{rj}^{s1s2} \dots\dots\dots (6)$$

我們可以發現跟接收儀有關的誤差， $d_r$ 以及 $dt_r$ 可以藉由BSSD技術消除，另一方面，衛星時鐘誤差之差值， $dt^{s1s2}$ ，此值可以另用IGS提供的衛星時鐘差產品來消除之，而衛星電碼硬體偏差之差值， $d^{s1s2}$ ，也能夠利用IGS提供的衛星DCB產品來消除之。因此，BSSD模型的觀測方程式可以表示如下（許懷謙，2021）。

$$P_{rj}^{s1s2} = \rho_r^{s1s2} + T_r^{s1s2} + \mu_j \times I_{r,L1}^{s1s2} + e_{rj}^{s1s2} \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi_{rj}^{s1s2} = \rho_r^{s1s2} + T_r^{s1s2} - \mu_j \times I_{r,L1}^{s1s2} + \lambda_j \times \tilde{N}_{rj}^{s1s2} + e_{rj}^{s1s2} \dots\dots\dots (8)$$

公式（7）以及（8）透過線性化之後，並且假設有n顆衛星的情況時，其觀測方程式表示如下，

$$E(y) = A \cdot a + B \cdot b + M \cdot ZTD, D(y) = Q_{yy} \dots\dots\dots (9)$$

其中 $E(.)$ 代表其期望值，而 $D(.)$ 為離散值運算子。符號 $y$ 為已移除計算初始計算值之觀測量向量。在觀測量之對流層延遲量部分，首先利用了modified Hopfield model來移除掉大部分之影響，剩下之殘餘量利用了zenith troposphere delay (ZTD) 參數來吸收。向量 $a$ 表示如下，

$$a = [dx \quad dy \quad dz \quad \tilde{N}_{r,L1}^{s1s2} \quad \dots \quad \tilde{N}_{r,L1}^{s1sn} \quad \tilde{N}_{r,L2}^{s1s2} \quad \dots \quad \tilde{N}_{r,L2}^{s1sn}] \dots\dots\dots (10)$$

其中， $dx$ ,  $dy$ , 以及 $dz$ 代表位置參數，符號 $sn$ 代表第 $n$ 顆衛星。向量 $b$ 為包含BSSD電離層延遲量之未知數矩陣，如下，

$$b = [I_{r,L1}^{s1s2} \quad \dots \quad I_{r,L1}^{s1sn}] \dots\dots\dots (11)$$

矩陣 $A$ 以及 $B$ 分別為向量 $a$ 以及 $b$ 之設計矩陣，而向量 $M$ 內之數值是由Niell映射函數計算獲得（Niell, 1996）。

公式（9）之未知參數可利用卡曼濾波來估計。卡曼濾波分為推估以及更新兩部分，詳細內容可以參閱Strang and Borre（1997）。推估部分利用了一個轉移矩陣以及其推估誤差來呈現未知參數之動態行為，在本研究中，推估的部分採用了

random walk處理，其轉移矩陣定義為一單位矩陣，並且推估誤差之期望值為零；另外，推估誤差之標準差大小的給予數值如表1所示。

表1 卡曼濾波之推估誤差資訊

未知參數	標準差	描述
位置參數	$\pm\infty$ (m)	動態解
位置參數	$\pm 0$ (m)	靜態解
常數偏移	$\pm 0$ (m)	視為常數
BSSD電離層延遲量	$0.03/\sqrt{\text{sec}}$ (m)	由經驗公式推導 (Yang et al., 2000)
ZTD	$0.0003/\sqrt{\text{sec}}$ (m)	經驗數值 (Teunissen and Montenbruck, 2017)

### (三) IC BSSD 模型

與BSSD模型不同之處在於，IC BSSD模型額外地將全球電離層網格的先驗電離層資訊以約制條件（也就是虛擬觀測量）的方式加入BSSD模型，其目的在於減少PPP定位的收斂時間。約制條件的表示如下，

$$E(\Delta\mathbf{I}_0) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{b}, D(\Delta\mathbf{I}_0) = \mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{I}_0} \dots\dots\dots (12)$$

其中向量 $\Delta\mathbf{I}_0$ 包含了GIM產生的BSSD先驗電離層延遲量，表示如下，

$$\Delta\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} I_{r,L1,0}^{s1s2} & \dots & I_{r,L1,0}^{s1sn} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

符號 $\mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{I}_0}$ 為先驗電離層延遲量之方差矩陣，本研究將每一個BSSD先驗電離層延遲量之精度視為等權，表示如下，

$$\mathbf{Q}_{\Delta\mathbf{I}_0} = \sigma_{I_0}^2 \times \mathbf{e}_{(n-1) \times (n-1)} \dots\dots\dots (14)$$

其中 $\sigma_{I_0}$ 為BSSD先驗電離層延遲量之精度， $\mathbf{e}$ 為單位矩陣。

## 四、測試成果分析

GIM在全球各地區的精度不盡相同，造成精度值 $\sigma_{I_0}$ 會隨地點而改變。本節首先嘗試找出IGS GIM以及NCKU GIM在台灣地區的精度值 $\sigma_{I_0}$ ，接著評估利用全球電離層網格縮短GPS PPP收斂時間的成效，並分別比較IGS GIM與NCKU GIM之改善程

度。為了有效消除衛星相關的各類系統誤差，本研究在計算過程中採用IGS提供之精密軌道、衛星鐘差及衛星DCB資訊，同時將衛星截仰角設定為15度以避免過大的多路徑效應影響。本研究採用了本團隊自行開發之GNSS程式套件來獲得PPP定位成果，此套件可以支援上述之BSSD以及IC BSSD模式的PPP計算。

### (一) 測試資料

本研究使用了台灣地區連續追蹤站收集之GPS雙頻資料，共選用三個來自中央氣象局地球物理資料管理系統的測站，分別為台南仁德（ZEND）、台北板橋（BANC）、東部外島蘭嶼（LANY），三個測站的選擇條件是以平均分布在台灣區域四周為依據，如圖3所示。觀測量間隔為1秒，測試時段是在2019年9月25至28日連續4天，測試時段屬於一年當中電離層影響較大的秋季。三個測站的坐標參考值來自Canadian Spatial Reference System PPP（CSRS-PPP）的連續四天每日靜態解成果之平均值；此外，這四天成果的坐標分量標準差僅為mm等級，顯示出CSRS-PPP的解算成果相當一致。

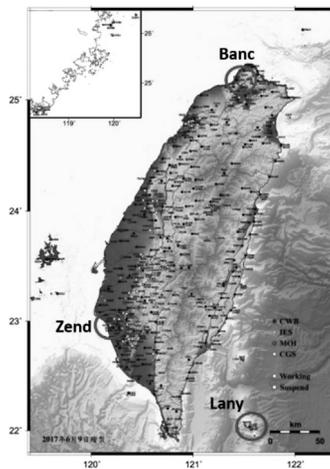


圖3 測試站分布圖

資料來源：中央氣象局地球物理資料管理系統

### (二) 決定台灣地區的 BSSD 先驗電離層精度

由於IGS GIM的來源為Center of Orbit Determination in Europe（CODE），故在此節中將使用IGS GIM的成果註記為CODE，而將使用NCKU GIM的成果註記為

NCKU。由文獻中得知，CODE於中低緯度地區的精度約為2~4 TECU（涂裕民，2013；Xue et al., 2013），此數值可先透過公式（1）使用映射函數計算出STEC的可能範圍。由於映射函數大約介於1至2之間，因此STEC可能的範圍將會是2~8 TECU。接下來，因為使用了BSSD技術，此精度值必須再透過誤差傳播而放大至2.8至11.3 TECU，換算成距離大約介於0.5 m ( $\approx 40.3 \times \frac{2.8 \text{ TECU}}{f_{L1}^2}$ ) 至2 m ( $\approx 40.3 \times \frac{11.2 \text{ TECU}}{f_{L1}^2}$ ) 之間。本研究依據上述數值範圍列出五種先驗精度值 ( $\sigma_{I_0} = 0.5, 1, 1.5, 2, 3 \text{ m}$ )，並逐一測試何種精度最適用於台灣地區。三個測站在空間分布上，緯度最大差異為3度而經度最大差異為1.5度，對IGS或是NCKU GIM來說這三站觀測到的衛星IPP會坐落於相鄰的VTEC網格內。由於一般來說相鄰VTEC網格值的差異不大，因此在此分析中只採用單站ZEND作為測試資料。每一天資料分作24個時間段，每個時間段的長度為60分鐘，利用IC BSSD模型分別計算出5種先驗精度的3D定位誤差成果。圖4以及圖5分別為結合CODE以及NCKU之3D定位誤差成果。我們發現當 $\sigma_{I_0} = 2 \text{ m}$ 時，無論是CODE或NCKU均達到最小之3D定位誤差。這說明在此條件下 ( $\sigma_{I_0} = 2 \text{ m}$ )，IC BSSD模型可以達到最佳的定位效能。

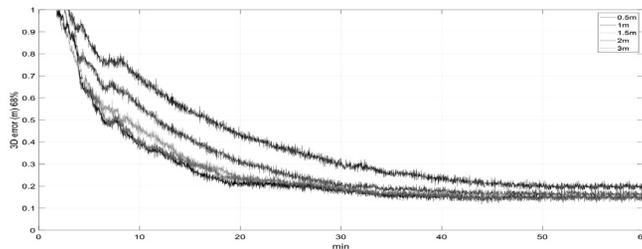


圖4 在68%信心水準下，結合CODE的IC BSSD模型所得之3D定位誤差成果。電離層先驗精度分別為 $\sigma_{I_0} = 0.5, 1, 1.5, 2, 3 \text{ m}$ 。

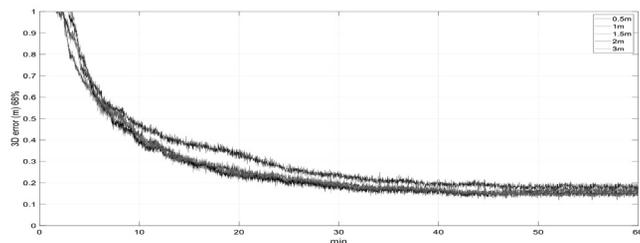


圖5 在68%信心水準下，結合NCKU的IC BSSD模型所得之3D定位誤差成果。電離層先驗精度分別為 $\sigma_{I_0} = 0.5, 1, 1.5, 2, 3 \text{ m}$ 。

### (三) 靜態解算成果

本節比較三種靜態解算成果。第一種是使用BSSD模型的成果，也就是沒有使用GIM的成果，註記為None；第二種為結合CODE的IC BSSD模型成果，註記為CODE；第三種為結合NCKU的IC BSSD模型成果，註記為NCKU。分析中我們採用了ZEND、BANC以及LANY三站的資料，將4天中的每一天分作24個時間段，每段長度60分鐘，並分別計算在5、10、20、30、40、50、60分鐘下之定位誤差RMS值。定位誤差RMS值的計算方式如下，

$$RMS_t = \sqrt{\frac{\sum Error_t^2}{tn}} \dots\dots\dots (15)$$

其中Error<sub>t</sub>代表在t時刻下之定位誤差，符號tn為Error<sub>t</sub>數目之總和，若只考慮單站的情況，tn = 96 (i.e., 1×4×24)，若考慮3站則tn = 288 (i.e., 3×4×24)。

圖6展示了測站ZEND在E、N、U三個方向的定位誤差RMS值，圖中顯示CODE以及NCKU在前20分鐘的E方向RMS值明顯小於None，但是在N、U方向，CODE、NCKU以及None三者之間幾乎沒有差異。圖7以及圖8分別展示測站BANC以及LANY的定位誤差RMS值，它們也與圖6類似，顯示CODE以及NCKU只有在前20分鐘的E方向RMS值明顯小於None，但在N、U方向則沒有差異。上述成果顯示結合GIM的靜態解算成果僅可有效縮短E方向的收斂時間，對於N、U方向則是沒有助益的。

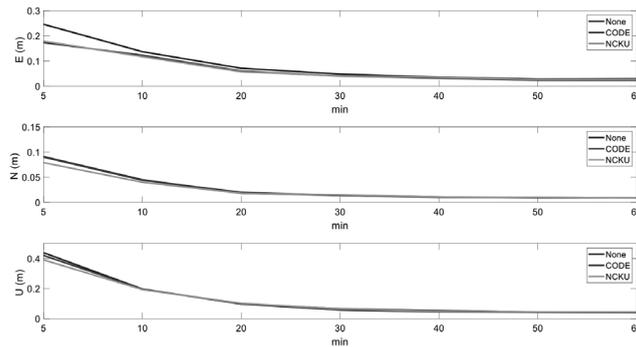


圖6 測站ZEND定位誤差RMS之收斂變化：  
 (上) E方向；(中) N方向；(下) U方向。

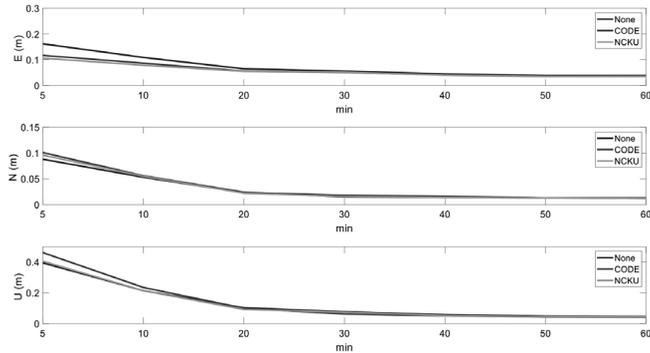


圖7 測站BANC定位誤差RMS之收斂變化：  
（上）E方向；（中）N方向；（下）U方向。

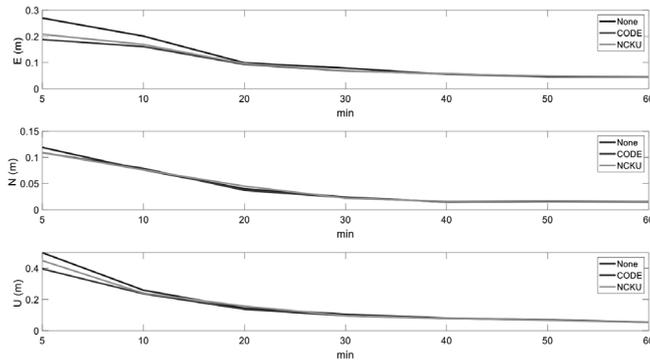


圖8 測站LANY定位誤差RMS之收斂變化：  
（上）E方向；（中）N方向；（下）U方向。

我們接著比較CODE以及NCKU的定位成果。為了更清楚看出兩者的差異，我們整合三站的定位誤差RMS值，如圖9及表2所示。圖9明顯指出NCKU與CODE在靜態解算的定位效能是相似的，因為兩者在E、N、U三方向的收斂時間幾乎是相同的。

表2展示的是三站整合後在不同時刻的定位誤差RMS值。比較NCKU與None可以發現，NCKU在E方向RMS值的下降幅度（相較於None）在5 min及10 min時分別可達到29%（ $(0.224-0.16)/0.224 \times 100\%$ ）及20%（ $(0.148-0.117)/0.148 \times 100\%$ ）。然而在N、U方向僅微幅下降，在5 min及10 min時，N方向之下降幅度分別為5%（ $(0.099-0.094)/0.099 \times 100\%$ ）及2%（ $(0.056-0.055)/0.056 \times 100\%$ ），U方向之下降幅度分別為6%（ $(0.449-0.420)/0.449 \times 100\%$ ）及3%（ $(0.224-0.217)/0.224 \times 100\%$ ）。

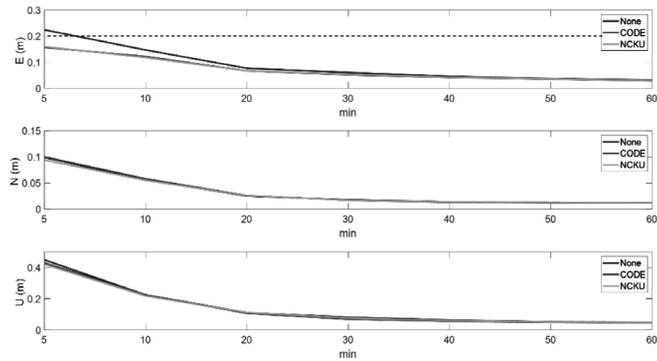


圖9 三站整合後定位誤差RMS之收斂變化：  
 (上) E方向；(中) N方向；(下) U方向

表2 三站整合後不同時刻的定位誤差RMS值 (m)：  
 (上) E方向；(中) N方向；(下) U方向

E	5 min	10 min	20 min	30 min	40 min	50 min	60 min
None	0.224	0.147	0.077	0.061	0.046	0.038	0.032
CODE	0.157	0.122	0.067	0.052	0.042	0.036	0.029
NCKU	0.160	0.118	0.067	0.054	0.043	0.037	0.030
N							
None	0.099	0.056	0.025	0.018	0.014	0.013	0.012
CODE	0.100	0.058	0.026	0.017	0.013	0.012	0.012
NCKU	0.094	0.055	0.026	0.017	0.014	0.013	0.012
U							
None	0.449	0.224	0.111	0.081	0.063	0.052	0.048
CODE	0.430	0.224	0.106	0.069	0.055	0.049	0.045
NCKU	0.420	0.217	0.112	0.076	0.059	0.051	0.047

(四) 動態解算成果

與前節類似，本節比較使用BSSD模型 (None)、結合CODE的IC BSSD模型、以及結合NCKU的IC BSSD模型的動態解算成果。三個測試站在68%信心水準下之定位誤差分別展示於圖10、圖11及圖12。三張圖一致指出，相較於None，CODE以及NCKU在水平方向上均可有效縮短收斂時間。若要達到20公分的水平定位精度，以測站ZEND而言，CODE以及NCKU約需9分鐘即可達到，而None約需16分鐘；以

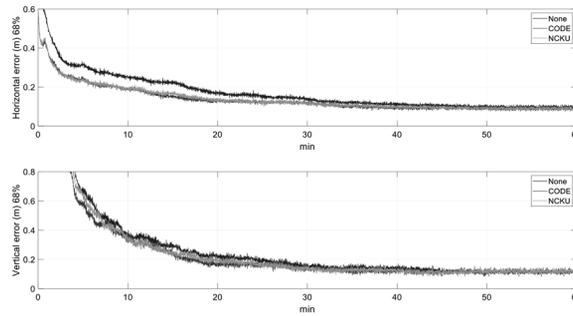


圖10 測站ZEND在信心水準68%下之定位誤差之收斂變化：  
（上）水平方向；（下）垂直方向。

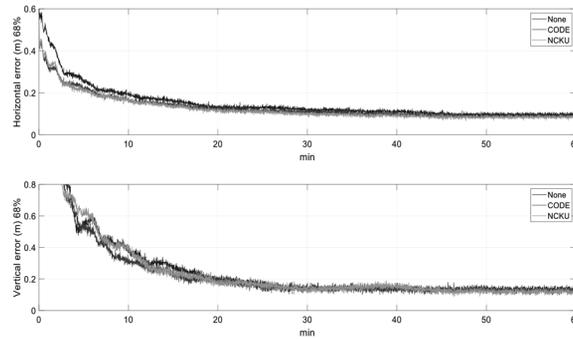


圖11 測站BANC在信心水準68%下之定位誤差之收斂變化：  
（上）水平方向；（下）垂直方向。

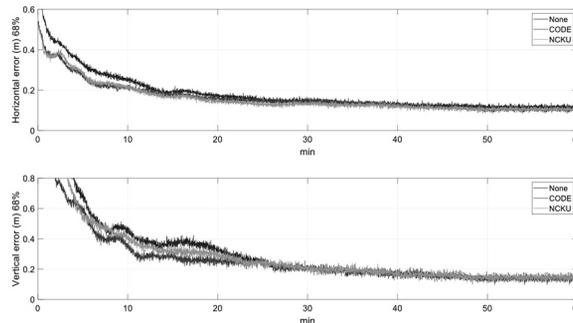


圖12 測站LANY在信心水準68%下之定位誤差之收斂變化：  
（上）水平方向；（下）垂直方向。

測站BANC而言，CODE以及NCKU約需6分鐘即可達到，而None約需10分鐘；以測站LANY而言，CODE以及NCKU僅需約11分鐘即可達到，而None約需13分鐘。

為了清楚顯示CODE以及NCKU之差異，我們整合三站的定位誤差，展示於圖13以及表3。根據圖13，我們可知CODE與NCKU在水平方向的定位效能是幾乎相同的，但是在高程方向則是CODE小幅優於NCKU。CODE與NCKU在水平方向僅需約7分鐘即可達到20公分的水平定位精度，而None則需約15分鐘，相較之下可減少約53%（ $(15-7)/15 \times 100\%$ ）的PPP解算時間。表3列出了CODE及NCKU相較於None的定位誤差改善程度，NCKU在水平方向的表現與CODE相近，兩者在前10分鐘均可降低超過18%的定位誤差，隨後隨時間增長逐漸減少至10%左右。在高程方向，CODE的表現則是略優於NCKU，CODE於前20分鐘可降低約14%的定位誤差，而NCKU僅能夠降低約8%的定位誤差。

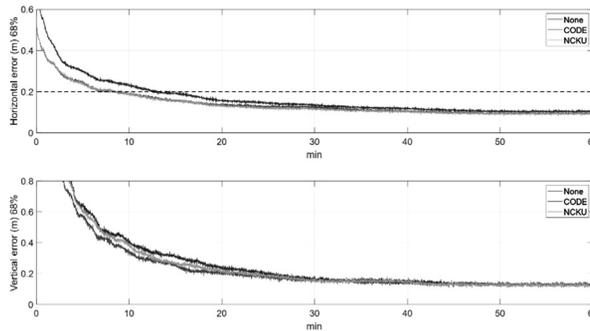


圖13 三站整合後在信心水準68%下之定位誤差之收斂變化：  
（上）水平方向；（下）垂直方向。

表3 CODE、NCKU相較於None之定位誤差改善程度：  
（上）水平方向；（下）垂直方向

水平	5 min	10 min	20 min	30 min	40 min	50 min	60 min
CODE	18.8%	18.6%	12.4%	6.4%	10.3%	11.2%	10.7%
NCKU	20.2%	18.7%	16.7%	13.5%	11.4%	11.9%	8.9%
垂直							
CODE	10.7%	15.3%	14.3%	2.1%	7.7%	0.4%	1.3%
NCKU	5.8%	4.7%	8.4%	6.2%	4.3%	0.6%	2.6%

此外依據圖9（上）及圖13（上），無論在靜態及動態模式下，結合GIM都可以縮短水平方向精度優於0.2公尺所需的收斂時間。根據地籍測量實施規則第73條，水平方向精度優於0.2公尺是執行農地等級數值法戶地測量時的規範條件，因此當應用PPP於農地等級數值法戶地測量時，引入GIM資訊將是一個有效提升作業效率的方法。

## 五、結 論

所有的衛星定位接收儀都支援GPS星系，因此GPS PPP是一種通用的定位技術。然而由於GPS PPP之缺點是需要較長時間方能達到較高的定位精度，故如何有效縮短其收斂時間是當前重要的研究課題。

本研究探討如何結合全球電離層網格GIM資訊與PPP計算模型，用以縮短GPS PPP的收斂時間。研究成果顯示，使用GIM資訊可有效縮短GPS PPP的收斂時間，同時發現在台灣地區的IGS GIM與NCKU GIM的一次差分先驗精度可適當地給予為 $\pm 2$ 公尺。

在靜態解算部分，使用GIM資訊能在E方向明顯地縮短收斂時間，但是在N、U方向則沒有顯著差異；此外使用IGS GIM與使用NCKU GIM的定位效能幾乎完全相同。在動態解算部分，當目標設定為水平方向精度優於0.2公尺時，結合GIM可以減少約53%的PPP解算時間，因此能夠有效提升PPP應用於農地等級數值法戶地測量的效率，且使用IGS GIM與使用NCKU GIM的水平定位效能是相近的；然而在高程方向，使用IGS GIM的定位效能小幅優於使用NCKU GIM。

IGS GIM是利用全球GNSS觀測數據反演的經驗模式，也是目前最廣泛使用的電離層模式，而NCKU GIM是根據電離層物理行為的物理模式。相較於IGS GIM，NCKU GIM的最大優勢是可用於預報，因此具有應用於即時PPP定位服務的潛力，例如以即時廣播方式將預估之GIM資訊提供給使用者。然而，由於成功大學太空天氣研究室目前尚未建立完善的GIM預報流程，因此未來將在獲得預報資料後再與IGS GIM進行比較分析。除此之外，由於結合多星系是一種能夠提升定位效能的方法，因此本研究也將在未來探討多星系PPP結合GIM之效能。

## 六、致 謝

本研究承蒙內政部國土測繪中心計畫案（NLSC-110-24）以及科技部計畫案（110-2221-E-006-071-MY3及109-2121-M-004-001）提供經費以及觀測資料，使本研究得以順利完成，特此申謝。

## 參考文獻

- 林老生，2009，GPS 精密單點定位在地籍測量之應用，台灣土地研究，第十二卷，第二期，頁 1-25。
- 涂裕民，2013，GPS 接收儀硬體延遲偏差與低緯地區電離層模型研究，中興大學土木工程學系研究所碩士論文。
- 許懷謙，2021，台灣線上精密單點定位服務（TOPS）之設計與建立，國立成功大學測量與空間資訊學系所碩士論文。
- 黃文台，2019，GNSS 精密單點定位應用於地籍測量之探討，健行科技大學土木工程系空間資訊與防災科技碩士班學位論文。
- Banville, S., Collins, P., Zhang, W. and R. B. Langley, 2014, Global and Regional Ionospheric Corrections for Faster PPP Convergence, Navigation: Journal of the Institute of Navigation, 61(2), pp. 115-124.
- Cai, C. and Y. Gao, 2013, Modeling and Assessment of Combined GPS/GLONASS Precise Point Positioning, GPS Solutions, 17(2), pp. 223-236.
- Chen, C. H., Lin, C. H., Matsuo, T., Chen, W. H., Lee, I. T., Liu, J. Y., Lin, J. T. and C. T. Hsu, 2016, Ionospheric Data Assimilation with Thermosphere-Ionosphere-Electrodynamics General Circulation Model and GPS-TEC During Geomagnetic Storm Conditions, Journal of Geophysical Research: Space Physics, 121(6), pp. 5708-5722.
- Collins, P., 2008, Isolating and Estimating Undifferenced GPS integer ambiguities, Proceedings of the 2008 National Technical Meeting of The Institute of Navigation, San Diego, CA.
- Ge, M., Gendt, G., Rothacher, M., Shi, C. and J. Liu, 2008, Resolution of GPS Carrier-Phase Ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with Daily Observations, Journal of Geodesy, 82(7), pp. 389-399.

- Khodabandeh, A., and P. J. G. Teunissen, 2015, An analytical study of PPP-RTK corrections: precision, correlation and user-impact, *Journal of Geodesy*, 89(11), pp. 1109-1132.
- Laurichesse, D., Mercier, F. and J. P. Berthias, 2010, Real-time PPP with Undifferenced Integer Ambiguity Resolution, *Experimental Results, Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2010)*, Portland, OR.
- Li, X., Li, X., Liu, G., Feng, G., Yuan, Y., Zhang, K. and X. Ren, 2019, Triple-frequency PPP ambiguity resolution with multi-constellation GNSS: BDS and Galileo, *Journal of Geodesy* 93(8), pp. 1105-1122.
- Liu, T., Yuan, Y., Zhang, B., Wang, N., Tan, B. and Y. Chen, 2017, Multi-GNSS Precise Point Positioning (MGPPP) Using Raw Observations, *Journal of Geodesy* 91(3), pp. 253-268.
- Lou, Y, Zheng, F., Shengfeng, G., Wang, C., Guo, H. and Y. Feng, 2016, Multi-GNSS Precise Point Positioning with Raw Single-Frequency and Dual-Frequency Measurement Models. *GPS Solutions* 20(4), pp. 849-862.
- Niell, A. E., 1996, Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelengths, *Journal of Geophysical Research* 101(B2), pp. 1978-2012.
- Richmond, A. D., Ridley, E. C. and R. G. Roble, 1992, A Thermosphere/Ionosphere General Circulation Model with Coupled Electrodynamics, *Geophysical Research Letters*, 19(6), pp. 601-604.
- Roble, R. G., Ridley, E. C., Richmond, A. D. and R. E. Dickinson, 1988, A Coupled Thermosphere/Ionosphere General Circulation Model, *Geophysical Research Letters*, 15(12), pp. 1325-1328.
- Seeber, G. 2003, *Satellite geodesy* 2nd edition, Walter de Gruyter, Germany.
- Seepersad, G. and S. Bisnath, 2017, An Assessment of the Interoperability of PPP-AR Network Products, *The Journal of Global Positioning Systems* 15(1), pp. 1-12.
- Shi, J., Xu, C., Guo, J. and Y. Gao, 2014, Local Troposphere Augmentation for Real-Time Precise Point Positioning, *Earth, Planet and Space* 66(1), pp. 1-13.
- Strang, G. and K. Borre, 1997, *Linear Algebra, Geodesy and GPS*, Wellesley-Cambridge Press, Massachusetts.

- Teunissen, P. J. G. and O. Montenbruck, 2017, Handbook of Global Navigation Satellite Systems, Switzerland, Springer.
- Tu, R., Ge, M., Zhang H. and G. Huang, 2013, The Realization and Convergence Analysis of Combined PPP Based on Raw Observation, *Advance in Space Research* 52(1), pp. 211-221.
- Yang, M., Tang, C. H. and T. T. Yu, 2000, Development and Assessment of a Medium-Range Real-Time Kinematic GPS Algorithm using an Ionospheric Information Filter, *Earth, Planets and Space* 52(10), pp. 783-788.
- Xue, J., Song, S. and W. Zhu, 2013, Assessment of CODE GIM over China, *Proceedings of the ION 2013 Pacific PNT Meeting*, Honolulu, Hawaii.
- Xiang, Y., Gao, Y. and Y. Li, 2020, Reducing Convergence Time of Precise Point Positioning with Ionospheric Constraints and Receiver Differential Code Bias Modeling, *Journal of Geodesy* 94(1), pp. 1-13.